

# Definicija:

- **Obveznice** predstavljaju dugoročne hartije od vrijednosti kod kojih se izdavalac obavezuje da isplati kamatu i glavnicu, imaoocu hartije, na tačno određene datume.
- **Jednokratno isplative** obveznice (*bez kupona*).
- **Višekratno isplative** obveznice (*sa kuponima*)

# Definicija:

- **NOMINALNA VRIJEDNOST** – iznos koji izdavalac plaća na datum dospijeća (*naznačena je na samoj hartiji – obveznici*).
- **DATUM DOSPIJEĆA** – datum kada je izdavalac dužan da izvrši isplatu nominalne vrijednosti.
- **KUPONSKA KAMATNA STOPA** – kamatna stopa koja se obračunava na nominalnu vrijednost.

# Vrednovanje obveznica

## Potrebni podaci:

- **Informacije o novčanom toku:**
  - Periodične isplate kamata
  - Nominalna vrijednost
- **Rok dospjeća**
- **Očekivana stopa povraćaaja investicije**

# Prinos na obveznice

- Očekivana stopa prinosa obveznice je diskontna stopa koja izjednačava sadašnju vrijednost budućih novčanih tokova sa tekućom tržišnom cijenom obveznice.
- Računsko određivanje istovjetno određivanju IRR stope (biće obrađeno kasnije)

# Obveznice

1. Vrijednost obveznice je obrnuto srazmjerna tekućoj kamatnoj stopi (*sadašnjoj očekivanoj stopi povraćaja investicije*).
2. Tržišna vrijednost obveznice će biti manja od nominalne vrijednosti ukoliko je očekivana stopa investicija iznad kuponske kamatne stope.

# Obveznice

3. Sa približavanjem roka dospjeća, tržišna vrijednost obveznice se približava nominalnoj vrijednosti.
4. Dugoročna obveznica nosi veći rizik kamatne stope od kratkoročne obveznice.
5. Osjetljivost vrijednosti obveznice na promjenu kamatnih stopa ne zavisi samo od dužine vremena do dospjeća, nego i od novčanog toka projektovanog obveznicom.

# VREDNOVANJE DUGOROČNIH OBVEZNICA

Kada investitor kupuje obveznicu, on faktički finansira onog koji je emitovao tu obveznicu. Emitent sa svoje strane preuzima obavezu da plaća investitoru (kupcu) kamatu u sukcesivnim vremenskim intervalima u toku vremena važenja obveznice, a na dan isticanja važnosti obveznice da plati iznos glavnice (nominalnu vrijednost obveznice).

U pogledu roka dospjeća, obveznice mogu biti **kratkoročne** i **dugoročne**. Postoje različite vrste dugoročnih obveznica – **kuponske, amortizacione, indeksirane, štedne, itd.**

**Nominalna vrijednost obveznice ili nominalni kurs** je glavnica koju će investitor naplatiti od emitenta (izdavaoca) na dan njenog dospjeća.

**Emisioni kurs obveznice ili njena prva prodajna cijena** na primarnom tržištu je zapravo novčani iznos koji kupac mora platiti emitentu kod prve prodaje<sup>7</sup> obveznice.

# VREDNOVANJE DUGOROČNIH OBVEZNICA

Što se tiče odnosa nominalnog i emisionog kursa, moguća su tri slučaja:

## **1. nominalni kurs = emisionom kursu**

*Kada je nominalna vrijednost obveznice jednaka njenoj prvoj prodajnoj cijeni na dan emitovanja, u pitanju je tzv. obveznica sa "al pari" kursom.*

## **2. nominalni kurs > emisionog kursa**

*Kada je nominalna vrijednost obveznice veća od prve prodajne cijene, obveznica se prodaje sa diskontom.*

## **3. nominalni kurs < emisionog kursa**

*Kada je nominalna vrijednost obveznice manja od prve prodajne cijene, obveznica se prodaje uz premiju.*



# VREDNOVANJE DUGOROČNIH OBVEZNICA

**Tržišna cijena obveznice, ili berzanski kurs,** je novčani iznos po kome se ostvaruje druga i svaka dalja kupoprodaja obveznica na sekundarnom finansijskom tržištu.

Tržišnu cijenu obveznice nominalne vrijednosti **NV**, emitovane sa rokom dospijeća **n** godina, koja svom vlasniku donosi fiksnu godišnju kuponsku kamatu od **C** novčanih jedinica, pri tržišnoj kamatnoj stopi **p** i godišnjem kapitalisanju, možemo odrediti prema sljedećem obrascu:

$$P = \frac{C}{(1+p)} + \frac{C}{(1+p)^2} + \frac{C}{(1+p)^3} + \dots + \frac{C + NV}{(1+p)^n}$$

# VREDNOVANJE DUGOROČNIH OBVEZNICA

$$P = \frac{C}{r} + \frac{C}{r^2} + \frac{C}{r^3} + \dots + \frac{C}{r^n} + \frac{NV}{r^n} = C \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} + \dots + \frac{1}{r^n} \right) + \frac{NV}{r^n}$$

$$P = \frac{C}{r^n} (r^{n-1} + r^{n-2} + r^{n-3} + \dots + 1) + \frac{NV}{r^n}$$

$$P = \frac{C}{r^n} \frac{r^n - 1}{r - 1} + \frac{NV}{r^n}$$

**P** - tržišna cijena obveznice;

**C** – godišnja kuponska kamata koju investitor prima od emitenta obveznice;

**NV**- nominalna vrijednost obveznice;

**n** – rok dospijea obveznice;

**p** – tržišna kamatna stopa (diskontna stopa), u teoriji se naziva i prinos do dospijea (yield to maturity)

# VREDNOVANJE DUGOROČNIH OBVEZNICA

U slučaju prodaje obveznice prije roka dospijeća, obračun prinosa koji investitor ostvaruje uzima u obzir kako kuponsku kamatu, tako i ostvareni kapitalni dobitak/gubitak, kao razliku između ostvarene prodajne i kupovne cijene obveznice. Ukupna stopa prinosa za investitora  $i$  u periodu posjedovanja obveznice utvrđuje se prema obrascu:

$$i = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

su:

$C$  – godišnja kuponska kamata;

$P_t$  – berzanski kurs obveznice u godini  $t$ ;

$P_{t+1}$  – berzanski kurs obveznice u godini  $t+1$ ;

# Zadatak

*Firma "X" je 01.01.2010. godine emitovala obveznice od 10.000.000€. Prodajom 10.000 obveznica po 1.000€ za svaku, firma je dobila 10.000.000€, i obavezala se da narednih 15 godina plaća investitorima fiksnu godišnju kamatu u iznosu od 150€, uz godišnje kapitalisanje, a o rokovima dospijeća i glavnici.*

*a. Odrediti berzanski kurs obveznica ove firme ako tržišna kamatna stopa iznosi 15%.*

*b. Odrediti berzanski kurs obveznice ako je tržišna kamatna stopa pala na 10% na kraju prve godine od emisije obveznice, dok su kuponska kamatna stopa i nominalna vrijednost nepromijenjene. Pri datim uslovima, odrediti stopu prinosa za investitora koji kupi obveznicu godinu dana nakon emitovanja i zatim je proda nakon godinu dana.*

*c. Odrediti berzanski kurs obveznice ako je tržišna kamatna stopa porasla na 20% godinu dana nakon emitovanja obveznica. Pri datim uslovima, odrediti kapitalni dobitak/gubitak koji bi ostvario investitor ukoliko kupi obveznicu godinu dana nakon emitovanja i zatim je proda nakon godinu dana.*

# Zadatak

## Rješenje:

$$NV=1000 \quad \text{a. } p=15\%=0,15$$

$$n=15$$

$$C=150$$

$$P = \frac{C}{(1+p)} + \frac{C}{(1+p)^2} + \frac{C}{(1+p)^3} + \dots + \frac{C+NV}{(1+p)^n}$$

$$P = \frac{C}{r} + \frac{C}{r^2} + \frac{C}{r^3} + \dots + \frac{C}{r^n} + \frac{NV}{r^n} = C \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^3} + \dots + \frac{1}{r^n} \right) + \frac{NV}{r^n}$$

$$P = \frac{C}{r^n} (r^{n-1} + r^{n-2} + r^{n-3} + \dots + 1) + \frac{NV}{r^n}$$

$$P = \frac{C}{r^n} \frac{r^n - 1}{r - 1} + \frac{NV}{r^n}$$

$$P = \frac{150}{1,15^{15}} \cdot \frac{1,15^{15} - 1}{1,15 - 1} + \frac{1000}{1,15^{15}} = 1000$$

*Berzanski kurs će ostati na nivou nominalne vrijednosti sve dok su tržišna kamatna stopa i ostali uslovi nepromijenjeni*

# Zadatak

b.  $p = 10\% = 0,10$

$$P = \frac{150}{1,10^{14}} \cdot \frac{1,10^{14} - 1}{1,10 - 1} + \frac{1000}{1,10^{14}} = 1368,33$$

Dakle, ako tržišna kamatna stopa padne, obveznica bi se prodavala na sekundarnom tržištu iznad nominalne vrijednosti i emisionog kursa.

Ukoliko bi investitor prodao kupljenu obveznicu nakon godinu dana, prodajna cijena koju bi ostvario pri nepromijenjenim uslovima iznosila bi:

$$P = \frac{150}{1,10^{13}} \cdot \frac{1,10^{13} - 1}{1,10 - 1} + \frac{1000}{1,10^{13}} = 1355,17$$

# Zadatak

Ukoliko investitor kupi obveznicu za 1368,33€ i proda je poslije godinu dana, kada je kamatna stopa na tržištu novca 10%, ostvario bi

kapitalni gubitak od  $1368,33 - 1355,17 = 13,16$

Ukupni prinos za godinu dana je:  $150 - 13,16 = 136,84$

Ukupna stopa prinosa:

$$i = \frac{C + P_{t+1} - P_t}{P_t} = \frac{150 + 1355,17 - 1368,33}{1368,33} = 0,10 = 10\%$$

# Zadatak

c. U ovom slučaju:

$$P = \frac{150}{1,20^{14}} \cdot \frac{1,20^{14} - 1}{1,20 - 1} + \frac{1000}{1,20^{14}} = 769,48$$

Ukoliko tržišna kamatna stopa poraste, obveznica bi se prodavala na sekundarnom tržištu ispod nominalnog i emisionog kursa. Ako bi kamatna stopa na tržištu novca i ostali uslovi ostali nepromijenjeni, dvije godine nakon emitovanja berzanski kurs obveznice bi bio:

$$P = \frac{150}{1,20^{13}} \cdot \frac{1,20^{13} - 1}{1,20 - 1} + \frac{1000}{1,20^{13}} = 773,37$$

Dakle, na bazi razlike prodajne i kupovne cijene obveznice ostvaren je kapitalni dobitak, bez obzira na diskont:

$$773,37 - 769,48 = 3,89$$

Daljim određivanjem berzanskog kursa utvrdilo bi se da bi se tokom godina on povećavao za kapitalni dobitak, i da bi o roku dospijeća obveznice iznosio 1000€.



# Zaključak:

Odnos nominalne vrijednosti i tržišne cijene obveznice determinisan je odnosnom između kuponske stope date obveznice i tržišne kamatne stope.

i. Kada je tržišna kamatna stopa (diskontna stopa) jednaka kuponskoj kamatnoj stopi, nominalni, emisioni i berzanski kurs obveznice se poklapaju za cijeli vijek trajanja obveznice (obveznica će se prodavati i na primarnom i na sekundarnom tržištu po istoj cijeni koja je jednaka njenoj nominalnoj vrijednosti).

ii. Ukoliko je tržišna kamatna stopa iznad kuponske kamatne stope, obveznica će se prodavati ispod svoje nominalne vrijednosti (obveznica sa diskontom).

iii. Ukoliko je tržišna kamatna stopa ispod kuponske kamatne stope, obveznica će se prodavati iznad svoje nominalne vrijednosti (obveznica sa premijom).

# Duracija

- Duracija obveznice je mjera osjetljivosti njene cijene na promjenu kamatnih stopa.

$$Duration = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tCF_t}{(1 + R_b)^t}}{P_0}$$

Veća duracija, veća osjetljivost na promjenu kamatnih stopa, veći rizik !!!

- gdje je:
  - n – broj godina do dospijea;
  - $CF_t$  = novčani tok u godini t
  - $R_b$  = očekivana stopa povraćaaja
  - $P_0$  = sadašnja vrijednost obveznice

# Duracija i konveksnost

$$MD = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p}}{V} = \frac{D}{1+p} \quad - \text{modifikovana duracija}$$

$$D = \frac{\sum_t \frac{t CF_t}{(1+p)^t}}{V} \quad - \text{duracija} \quad V = \sum_t \frac{CF_t}{(1+p)^t} \quad - \text{vrij.obvezn.}$$

$$C = \frac{\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}}{V} = \frac{\sum_t \frac{(t+t^2) CF_t}{(1+p)^t}}{V(1+p)^2} \quad - \text{konveksnost}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -MD \Delta p + \frac{1}{2} C \Delta p^2 + \dots$$

*Kriva prinosa – grafič. odnos cijene i prinosa*

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

**Akcija** je dugoročna hartija od vrijednosti sa varijabilnim prinosom koji se naziva dividenda.

Akcija označava alikvotni dio kapitala akcionarskog društva. Svojem legitimnom imaoocu akcija obezbjeđuje značajna **materijalna i nematerijalna prava**, odnosno pravo na dividendu i prava nad dijelom imovine akcionarskog društva, kao i pravo glasa i upravljanja akcionarskim društvom.

Akcije mogu biti **osnivačke** (akcije prve emisije) i **nove akcije** (narednih emisija), koje se emituju radi dokapitalizacije društva.

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

Ostvareni prinos na akciju je isplaćena dividenda i ostvareni kapitalni dobitak uslijed rasta tržišne cijene (berzanskog kursa).

**Nominalni kurs akcije** je iznos na koji akcija glasi. Akcije prve emisije se, u principu, plasiraju po kursu koji je jednak njihovoj nominalnoj vrijednosti (nominalnom kursu), dok se akcije narednih emisija plasiraju po **emisionom kursu** koji je u principu iznad ili ispod nominalnog kursa.

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

Emisioni kurs nove akcije je zapravo cijena po kojoj će prvi kupci kupiti tu novu akciju, ali ne za svoje potrebe nego za dalju preprodaju. Emisioni kurs nove akcije uključuje i maržu (spred), kao naknadu za emisiju i plasman akcija. Osim marže, na visinu emisionog kursa utiče i visina ažija ili disažija, odnosno razlika između berzanskog i nominalnog kursa stare, ranije emitovane akcije. Ukoliko je berzanski kurs akcije iznad nominalnog, imamo ažio, a ako je berzanski kurs isti ili niži od nominalnog, imamo disažio.

***Emisioni kurs nove akcije = berzanski kurs stare akcije + marža (spred) + godišnja dividenda***

# Zadatak

*Pretpostavimo da je nominalni kurs akcija emitenta "X" 100€, kao i da su ove akcije za godinu dana dostigle berzanski kurs od 110€ i isplaćenu dividendu od 17€ po akciji. Po kojoj cijeni, odnosno, po kojem emisionom kursu će biti plasirane novoemitovane akcije na primarnom tržištu kapitala, ako je standardna marža (spred) nove emisije 3%?*

## **Rješenje:**

Emisioni kurs nove akcije = berzanski kurs stare akcije + marža + godišnja dividenda

$$\text{Emisioni kurs} = 110 + 3\%100 + 17 = 110 + 3 + 17 = 130$$

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

**Bezanski kurs ili tržišna cijena akcija** je novčani iznos po kojem se ostvaruje druga i svaka dalja kupoprodaja na sekundarnom finansijskom tržištu. Sve što se dešava sa berzanskim kursom akcija na finansijskom tržištu od momenta emisije (završetka plasmana) do kraja životnog vijeka preduzeća podrazumijeva njegovo kretanje na sekundarnom tržištu hartija od vrijednosti.

Emisioni kurs sa kojim akcije ulaze na sekundarno tržište je inicijalni. Emisioni kurs akcija na primarnom tržištu je osnov sa kojim akcije počinju život na sekundarnom tržištu.



# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

Ako se pretpostavi da je investicioni horizont  $n$  godina, a isplate dividendi  $D_t$  godišnje, posljednja isplata uključuje i cijenu prodaje akcije na kraju  $n$ -te godine  $P_n$ , tada čevsadašnja tržišna cijena akcije  $P_0$  biti:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_n}{(1+k)^n} + \frac{P_n}{(1+k)^n}$$

$$P_0 = \sum_{j=1}^n \frac{D_j}{(1+k)^j} + \frac{P_n}{(1+k)^n}$$

gdje je  $k$  - tržišna kamatna stopa.

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

Realno je očekivati da u dugom roku stopa rasta dividendi ( $g$ ) i tržišne cijene akcije ne može da bude veća od tržišne kamatne stope, odnosno da je uvijek  $k > g$ , gdje je  $k$  tržišna kamatna stopa a  $g$  očekivana stopa rasta dividende u budućnosti.

Kako idemo dalje u budućnost, cijena  $P_n$  se sve više smanjuje i teži nuli, tako da se prethodna jednačina može predstaviti kao:

$$P_0 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{D_j}{(1+k)^j}$$

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

## **NULTI RAST DIVIDENDE (g=0)**

U ovom slučaju, uz pretpostavku da je n veliko, slijedi:

$$P_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{D}{(1+k)^j} = D \cdot \frac{1}{1+k} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1+k}} = \frac{D}{k}$$

## **KONSTANTAN (NORMALAN) RAST DIVIDENDE (g=const)**

Ukoliko se očekuje da u budućnosti dividenda konstantno raste po stopi  $g$ , tada će iznos dividende koja će se primati u ma kojoj godini  $j$  biti:

$$D_j = (1+g)^{j-1} \cdot D_1$$

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

Daljom zamjenom se dobija:

$$P_0 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(1+g)^{j-1} \cdot D_1}{(1+k)^j}$$

Ovdje je riječ o geometrijskom nizu čiji je količnik

$$q = \frac{1+g}{1+k} < 1 \quad \text{i prvim članom} \quad \frac{D_1}{(1+k)},$$

pa je njegova suma:

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+k}} = \frac{D_1}{k-g}$$

# ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI AKCIJA

## PRIVILEGOVANE AKCIJE

Akcije koje vlasniku daju pravo na fiksne prinose:

$$A = \frac{D}{k}$$

gdje je:

*A – cijena privilegovane akcije;*

*D – iznos dividende;*

*k – stopa prinosa na privilegovanu akciju;*

# Zadatak

*Kompanija ima privilegovane akcije po kojima se isplaćuje dividenda od 100€ godišnje. Ako je zahtijevani prinos po akcijama 10%, kolika je cijena akcije?*

Rješenje:

$$D=100$$

$$k= 0,10$$

Cijena privilegovane akcije je:

$$A = \frac{D}{k} = \frac{100}{0,1} = 1000$$

# Zadatak

*Akcija sa nulnim rastom ima dividendu u iznosu od 500€. Očekivana stopa prinosa iznosi 10%. Odrediti cijenu akcije.*

Rješenje:

$$D=500$$

$$k= 0,10$$

*Cijena akcije sa nulnim rastom:*

$$A = \frac{D}{k} = \frac{500}{0,1} = 5000$$

# Zadatak

*Nominalna vrijednost akcije je 1000€. Akcija donosi dividendu od 50€, koja u svakoj narednoj godini raste po stopi od 5%. Odrediti tržišnu cijenu akcije, ako je diskontna stopa 10%.*

Rješenje:

$$D_0 = 50$$

$$g = 0,05$$

$$k = 0,10$$

Riječ je o akciji sa konstantnim (normalnim) rastom dividende ( $g = \text{const}$ ).

$$P = \frac{D_1}{k - g} = \frac{D_0(1 + g)}{k - g} = \frac{50(1 + 0,05)}{0,1 - 0,05} = 1050$$



# Zadatak

*Posljednja isplaćena dividenda je 500€. Očekuje se rast dividende po stopi od 8%. Očekivana stopa prinosa na akcije je 13,4%. Kolika je cijena  $P_0$ ?*

## Rješenje:

$$D_0=500$$

$$g=0,08$$

$$k= 0,134$$

$$P = \frac{D_1}{k - g} = \frac{D_0(1 + g)}{k - g} = \frac{500(1 + 0,08)}{0,134 - 0,08} = 10000$$